

Całki: proste zadania rachunkowe

Korzystając z tablic całek funkcji elementarnych policz następujące całki nieoznaczone:

$$\int dt \quad \int a dt \quad \text{gdzie } a \text{ jest pewną stałą} \quad \int b^2 dt \quad \text{gdzie } b \text{ nie zależy od } t$$

$$\int (\sin^2 x + \cos^2 x) dx$$

$$\int (\sin z - \cos z) dz$$

$$\int \sqrt[3]{z} dz \quad \int \sqrt{y^5} dy \quad \int (\sqrt{y})^5 dy$$

$$\int \frac{\sqrt{y} - \sqrt[3]{y}}{\sqrt[5]{y}} dy \quad (\text{wskazówka: przedstaw pierwiastki w postaci wyrażeń wykładniczych i podziel})$$

$$\int (x^2 + 2) x dx \quad (\text{wskazówka: wymnóż wyrażenie podcałkowe})$$

Scałkuj, stosując całkowanie przez podstawienie:

$$\int \sin \omega t dt \quad \int \frac{1}{3} \sin \omega t dt \quad \int \frac{1}{3} \sin(\omega^2 t) dt$$

$$\int \sin y \cos y dy \quad (\text{wskazówka: podstaw } \cos y = t; \text{ możliwe są też inne sposoby})$$

$$\int (x^2 + 2) x dx \quad (\text{wskazówka: podstaw } x^2 + 2 = u, \text{ porównaj wynik z otrzymanym w poprzedniej części listy zadań})$$

$$\int \frac{\ln x}{x} dx \quad (\text{wskazówka: podstawienie } \ln x = t)$$

$$\int \frac{xdx}{(x^2 + 2)} \quad \int \frac{xdx}{(x^2 + 2)^2} \quad (\text{wskazówka: podstawienie } x^2 + 2 = u)$$

$$\int \cos^2 x dx \quad \int \sin^2 x dx \quad (\text{wskazówka: } 2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x \quad 2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x)$$

Scałkuj, stosując całkowanie przez części:

$$\int \ln x dx \quad (\text{wskazówka: } u = \ln x, dv = dx)$$

$$\int z \sin z dz \quad (\text{wskazówka: } u = z, dv = \sin z dz)$$

$$\int ye^y dy \quad (\text{wskazówka: } u = y, dv = e^y dy)$$

Policz wartości całek oznaczonych:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin \alpha d\alpha$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda} d\lambda$$

Funkcja $F(y)$ została określona następująco: $F(y) = \int_0^y \sin y dy$. Zapisz tę funkcję w jawnej postaci.

Policz graficznie całkę funkcji z przedstawionej na wykresie na poprzedniej liście w granicach między miejscami zerowymi tej funkcji.

Andrzej Fogt