

Pojęcia zbioru i funkcji: uzupełnienie

dr Mariusz Grządziel

Katedra Matematyki, Uniwersytet Przyrodniczy we Wrocławiu

r. akad. 2022/2023

licencja: Creative Commons 3.0, Uznanie Autorstwa- Na tych samych warunkach

Funkcje: cotangens i arcus cotangens

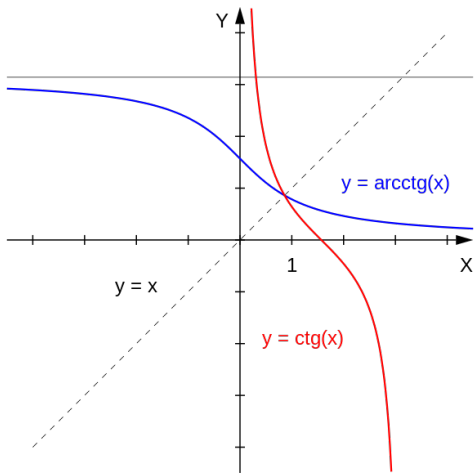
Funkcję cotangens (oznaczaną ctg) definiujemy wzorem

$$\text{ctg } x = \frac{\cos x}{\sin x};$$

Dziedziną naturalną funkcji ctg jest zbiór

$$\mathbb{R} \setminus \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}.$$

Funkcja odwrotną do funkcji cotangens zawężonej do przedziału $(0, \pi)$ jest funkcja arcus cotangens (ozn. arc ctg).



Źródło:

pl.wikipedia.org/wiki/Funkcje_cyklometryczne

plik (z rysunkiem) udostępniony został licencji Creative Commons 3.0, Uznanie Autorstwa- Na tych samych warunkach

Operacje arytmetyczne na funkcjach

Dla funkcji f i g ich sumę, oznaczaną symbolem $f + g$ (lub $(f + g)$), definiujemy wzorem:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x).$$

Za dziedzinę funkcji $(f + g)$ przyjmujemy iloczyn $D_f \cap D_g$.
W podobny sposób definiujemy różnicę, iloczyn i iloraz dwóch funkcji:

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x),$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x),$$

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x).$$

Przyjmujemy, że:

dziedziną funkcji $f - g$, $f \cdot g$ jest $D_f \cap D_g$;

dziedziną funkcji f/g jest $D_f \cap \{x \in D_g : g(x) \neq 0\}$.

Funkcje elementarne

Definicja

Funkcje elementarne:

(a) funkcje: stała, potęgowa, wielomianowa, wykładnicza, logarytmiczna, trygonometryczne (sinus, cosinus, tangens, arcus tangens), cyklometryczne (arcus sinus, arcus cosinus, arcus tangens, arcus cotangens)

(b) wszystkie funkcje które można otrzymać z funkcji wymienionych w punkcie (a) za pomocą skończonej liczby: działań arytmetycznych i operacji złożenia.

Przykłady.

Funkcjami elementarnymi są:

- ▶ funkcja $f(x) = x^{\cos x} + \frac{1+x}{1-x}$;
- ▶ funkcja $|\cdot|$ zdefiniowana przez

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x & x < 0; \end{cases}$$

zauważmy, że funkcja $|\cdot|$ może być przedstawiona jako złożenie $h = g \circ f$ funkcji $f(x) = x^2$ oraz $g(x) = \sqrt{x}$.