1. Niech
$$A = [0,1]; \quad B = [1,2); \quad C = (2,3);$$
   (a) które spośród zbiorów $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$ są przedziałami?
   (b) które spośród zbiorów $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$ są niepuste?

2. Wyznaczyć $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ i $B \setminus A$ dla zbiorów:
   (a) $A = [0,1], \quad B = [1,2)$;
   (b) $A = \{1,3,5\}, \quad B = \{3,4,5\}$.

3. Niech $K_1 = K((0,0),5)$ i $K_2 = K((0,0),10)$; $K((x,y),r)$ oznacza koło o środku o współrzędnych (x,y) i o promieniu r (koło domknięte o środku o współrzędnych (x,y) i o promieniu r). Określić, które z punktów: $A = (1,2)$, $B = (3,4)$, $C = (4,3)$, $D = (3,5)$ i $E = (6,8)$ należą do:
   (a) koła K_1;
   (b) koła K_2;
   (c) różnicy $K_1 \setminus K_2$;
   (d) różnicy $K_2 \setminus K_1$;
   (e) różnicy $K_1 \setminus O_1$, gdzie O_1 oznacza okrąg o środku $P = (0,0)$ i promieniu $r = 5$.

   Uwaga. Definicję koła można znaleźć na stronie Wikipedii

   `pl.wikipedia.org/wiki/Koło`

   Definicję okręgu można znaleźć na stronie Wikipedii

   `pl.wikipedia.org/wiki/Okrąg`

4. Wyznacz dziedziny naturalne następujących funkcji:
   (a) $f(x) = \sqrt{x^2+5}$;
   (b) $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$;
   (c) $h(x) = \sqrt{-x}$;
   (d) $p(x) = \log_2(x-5)$.

5. Wyznaczyć funkcje złożone $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$ i $g \circ g$, jeżeli:
   (a) $f(x) = x^2, \quad g(x) = \sqrt{x}$;
   (b) $f(x) = 3x; \quad g(x) = 2x+1$.

6. Wyznaczyć funkcje odwrotne do funkcji:
   (a) $f(x) = 2^x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$;
   (b) $g(x) = \log_2(x+3), \quad x \in (0,\infty)$;
   (c) $h(x) = \sqrt{-x+1}, \quad x \in (-\infty,0)$.

7. Kąty wyrażone w stopniach zapisać w radianach:
   (a) $45°$;

   (b) $5°$;
   (c) $750°$.

8. Kąty wyrażone w radianach zapisać w stopniach:
   (a) $-0{,}5$;
   (b) 1;
   (c) $\pi/2$;
   (d) $7\pi/4$.

9. Zbadać (odwołując się do definicji wykorzystującej okrąg jednostkowy — por. rozdział 1.11 książki Michała Krycha *Analiza matematyczna dla ekonomistów* ; odnośnik jest umieszczony na stronie naszego kursu) , która z liczb w każdej z podanych par jest większa:
   (a) $\sin 0{,}5, \quad \sin 1$;
   (b) $\cos 1, \quad \cos 2$;
   (c) $\cos 3, \quad \sin 3$;
   (d) $\sin 0{,}5, \quad \operatorname{tg} 0{,}5$.

10. Korzystając z własności trójkąta prostokątnego równoramiennego uzasadnić, że:
$$\sin(\pi/4 + 2k\pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

11. Znaleźć wszystkie rozwiązania równania
$$\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

12. Naszkicować wykresy funkcji:
   (a) $y = \sin(2x)$;
   (b) $y = \sin(3x) + 1$;
   (c) $y = 2\sin(\arcsin x)$;
   (d) $y = 3\operatorname{tg}(\operatorname{arc\,tg} x)$.

13. Uzasadnić, że złożenie funkcji rosnących jest funkcją rosnącą. Korzystając z tego wyniku uzasadnić, że funkcja f określona wzorem
$$f_1(x) = 2^{-x^2}$$
jest rosnąca na zbiorze $(-\infty, 0]$ (tj. że funkcja $f_1|_{(-\infty,0]}$ jest rosnąca).

14. Uzasadnić, że złożenie $g \circ f$ funkcji rosnącej g i funkcji malejącej f jest funkcją malejącą. Korzystając z tego wyniku uzasadnić, że funkcja f_1 zdefiniowana w poprzednim zadaniu jest malejąca na półprostej $[0, \infty)$ (tj. że funkcja $f_1|_{[0,\infty)}$ jest malejąca).

15. Podać przykład funkcji różnej od funkcji stałej, która jest monotoniczna lecz nie jest ściśle monotoniczna.

Mariusz Grządziel