

1. Obliczyć granice: prawostronną i lewostronną funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = \lfloor 3x \rfloor$$

- (a) w punkcie $x_0 = 0,5$;
(b) w punkcie $x_0 = 1$.
2. Naszkicować wykres funkcji f określonej w poprzednim zadaniu dla argumentu x należącego do przedziału $[-2, 2]$. Zaznaczyć wartości funkcji w punktach nieciągłości używając odpowiednich symboli.
3. Uzasadnić, że funkcja f (zdefiniowana w zadaniu 1) w punktach nieciągłości ma granice jednostronne (lewostronne i prawostronne).
4. Funkcja g określona jest wzorem

$$g(x) = \begin{cases} (x-1)^4, & 0 \leq x \leq 2; \quad x \neq 1; \\ 1, & x = 1. \end{cases}$$

Obliczyć $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ i $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$. Czy funkcja g jest ciągła w punkcie $x_0 = 1$?

5. Określić, które z funkcji f i g (zdefiniowane w poprzednich zadaniach) mają w punkcie $x_0 = 1$ nieciągłość typu „skok”, por. e-podręcznik Anny Barbaszewskiej-Wiśniowskiej „Ciągłość funkcji jednej zmiennej funkcji rzeczywistej”; jest on dostępny na stronie

pre-epodreczniki.open.agh.edu.pl

6. Uzasadnić, że równanie

$$x^4 - 4^x = 0$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie na przedziale $[-1, 0]$. W jaki sposób można znaleźć przybliżone rozwiązanie tego równania?

Wskazówka Do wykonania tego zadania można użyć np. metody bisekcji, opisanej w Wikipedii (por. hasło „Metoda równego podziału” w Wikipedii) i zaimplementowanej w systemie Wolfram Alpha (WA). Rozwiązanie z dokładnością do 20 cyfr po przecinku można otrzymać wydając polecenie

```
using bisection method solve x^4-4^x at a=-1 and b=0  
with 20 digits precision
```

w tym systemie.

7. Wyznaczyć asymptoty: poziomą i pionową funkcji $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $x \in \{\mathbb{R} \setminus \emptyset\}$.
8. Wyznaczyć asymptotę ukośną funkcji $f(x) = \frac{x^2+2}{x}$ w ∞ .

Mariusz Grządziel