

1. Naszkicować wykres funkcji logistycznej f określonej wzorem

$$f(t) = \frac{a}{1 + be^{-ct}}, \quad a, b, c > 0,$$

z $a = 3$, $b = 5$ i $c = 2$ dla argumentu z przedziału $[-4, 4]$.

W tym celu można wydać polecenie

```
wxplot2d([2/(1+5*exp(-2*x))], [x, -4, 4]) $
```

w systemie wxMaxima; rysunek ze szkicem wykresu można zapisać do pliku typu png umieszczając kursor na tym rysunku, naciskając prawy przycisk myszy i podając nazwę pliku.

Następnie:

- wyznaczyć równanie prostych siecznych do wykresu funkcji f przechodzące przez punkty $(1, f(1))$ i $(1 + \Delta x, f(1 + \Delta x))$ dla wartości Δx równych 0,5, 1 i 2;
 - wyznaczyć równanie prostej stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $(1, f(1))$;
 - wyznaczyć drugą pochodną funkcji f , punkt przegięcia wykresu funkcji f a następnie zaznaczyć punkt przegięcia na rysunku (z wykresem funkcji).
2. Znaleźć $f^{(n)}$, $n = 1, 2, 3, 4$, jeśli
- $f(x) = e^{-2x}$;
 - $f(x) = \sin 4x$;
 - $f(x) = 2xe^{3x}$;
 - $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$;
 - $f(x) = \frac{2}{x}$.
3. Uzasadnić, że funkcja wykładnicza $f(x) = a^x$, gdzie $1 \neq a > 0$ jest ściśle wypukła na swojej dziedzinie naturalnej.
4. Uzasadnić, że funkcja logarytmiczna $f(x) = \ln x = \log_e x$ jest ściśle wklęsła na swojej dziedzinie naturalnej.
5. Funkcje f_1, f_2 i f_3 są określone wzorami:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= e^{2x} + x; \\ f_2(x) &= e^{-2x} - x^3; \\ f_3(x) &= \ln x^3. \end{aligned}$$

Które z nich są:

- rosnące na swojej dziedzinie naturalnej;
 - wypukłe na swojej dziedzinie naturalnej.
6. Wyznaczyć wszystkie punkty przegięcia funkcji f określonej wzorem:
- $f(x) = \sin 2x$;

(b) $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$;

(c) $x^3 + x$.

7. Wyznaczyć przedziały monotoniczności i wszystkie ekstrema lokalne funkcji f określonej wzorem

$$f(x) = e^x - x.$$

Czy funkcja f ma ekstrema globalne na swojej dziedzinie naturalnej?

8. Wyznaczyć wartości: minimalną i maksymalną funkcji f na przedziale I dla:

(a) funkcji f określonej wzorem $f(x) = x^3 - 12x$ i $I = [-5, 5]$;

(b) funkcji f określonej wzorem $f(x) = x^3 + x$ i $I = [-3, 3]$;

(c) funkcji f określonej wzorem $f(x) = |\sin x|$ i $I = [-2, 1]$.

Mariusz Grządziel