

1. Punkt porusza się wzdłuż osi OX z prędkością $s(t)$. Dla $t_0 \in \mathbb{R}$ i $\Delta t > 0$ iloraz

$$\frac{s(t_0 + \Delta t) - s(t_0)}{\Delta t}$$

może być interpretowany jako prędkość średnia na odcinku czasowym $[t_0, t_0 + \Delta t]$ a granica

$$s'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$$

jako prędkość $v(t_0)$ punktu w chwili t_0 .

Jaką interpretację można zaproponować dla:

- (a) ilorazu

$$\frac{v(t_0 + \Delta t) - v(t_0)}{\Delta t};$$

- (b) granicy

$$\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0}?$$

Por. np. : G. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. I, rozdz. 92 lub Fizyka dla szkół wyższych, tom 1, rozdz. 3.3, Fundacja OpenStax Poland, por. openstax.pl

2. Punkt materialny porusza się (drga) wzdłuż osi OX z prędkością $s(t)$ daną wzorem

$$s(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad A > 0, \omega_0 > 0;$$

gdzie A jest amplitudą drgań, ω_0 częstością kołową drgań, φ fazą drgań; por. artykuł w Wikipedii *Ruch harmoniczny*.

- Obliczyć pochodną położenia s względem czasu t (prędkość punktu w chwili t).
- Obliczyć drugą pochodną położenia s względem czasu t (przyspieszenie punktu w chwili t).
- Sprawdzić, że $s''(t) = -\omega_0^2 \cdot s(t)$. Podać interpretację fizyczną tej równości.
- Przyjmując: $A = 2$, $\omega_0 = 1$, $\varphi = 0$ obliczyć: (i) średnią prędkość punktu na przedziale czasowym $[1; 1,1]$ i prędkość $s'(1)$; (ii) średnią przyspieszenie punktu na przedziale czasowym $[1; 1,1]$ i przyspieszenie $s''(1)$.

3. Punkt materialny porusza się (drga) wzdłuż osi OX z prędkością $s(t)$ daną wzorem

$$s(t) = Ae^{-kt} \sin(\omega t + \varphi), \quad A > 0, \omega > 0, k > 0;$$

gdzie A jest amplitudą drgań, ω częstością kołową drgań, k jest pewną stałą dodatnią związaną z intensywnością tłumienia drgań.

- Obliczyć prędkość chwilową $v(t) = s'(t)$ punktu w chwili t .
- Obliczyć przyspieszenie chwilowe $a(t) = s''(t)$ punktu w chwili t .

Mariusz Grządziel