

Zadania z matematyki dla I roku bioinformatyki
Lista 5: logika matematyczna

Większość zadań pochodzi ze zbioru W. MARKA i J. ONYSZKIEWICZA *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach* (PWN 2004) albo jest wzorowana na zadaniach tam zamieszczonych.

Zadanie 29. Uzasadnij, że jeżeli zdanie p jest prawdziwe, to dla każdego zdania q

- a) $p \wedge q$ jest równoważne z q ,
- b) $p \Rightarrow q$ jest równoważne z q .

Zadanie 30. Znajdź możliwie najprostszą formułę równoważną formule

- a) $\neg p \Rightarrow \neg \neg p$,
- b) $(p \wedge q) \vee (\neg p \Rightarrow q)$.

Zadanie 31. Niech a, b, c będą liczbami rzeczywistymi. Zapisz następujące funkcje zdaniowe korzystając z symboliki logicznej:

- a) liczby a i b są dodatnie,
- b) liczby a i b mają przeciwne znaki,
- c) liczba c leży pomiędzy liczbami a i b .

Zadanie 32. Używając wyłącznie spójników $\neg$ i $\vee$, napisz formuły zdaniowe równoważne następującym formułom:

- a) $p \wedge q$,
- b) $p \Rightarrow q$,
- c) $p \Leftrightarrow q$.

Zadanie 33. Wykaż, że następujące formuły zdaniowe są tautologiami:

- a) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$,
- b) $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$,
- c) $(p \Rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$.

Wskazówka: użyj metody zerojedynkowej.

Zadanie 34. Wykaż, że następujące formuły zdaniowe nie są tautologiami:

- a) $(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$,
- b) $(p \Rightarrow q) \wedge \neg p \Rightarrow \neg q$.

Wskazówka: użyj metody zerojedynkowej.

Dla każdej z tych formuł wskaż przykłady zdań „z życia”, takie by po podstawieniu otrzymać zdania i) prawdziwe, ii) fałszywe.

Zadanie 35. Znajdź zbiór wartości zmiennej $x \in \mathbb{R}$, dla których poniższe funkcje zdaniowe są spełnione:

- a) $x^2 - 1 \geq 0$,
- b) $x \neq x$,
- c) $|x + 1| = 1 \vee x > 1$.

Zadanie 36. Zapisz przy użyciu kwantyfikatorów i spójników logicznych definicje:

- a) granicy właściwej ciągu;
- b) granicy właściwej funkcji w punkcie;
- c) lewostronnej granicy właściwej funkcji w punkcie.

Wyboru zadań listy z roku 2012, opracowanej przez dr. Jana Jęłowckiego, dokonał Mariusz Grzędziel