

Zadania z matematyki dla I roku bioinformatyki
Lista 6

Definicje obiektów, do których odwołują się zadania, można znaleźć w elektronicznej wersji notatek z wykładu. Zadania oznaczone znakiem * są przeznaczone dla zainteresowanych.

Zadanie 1. Znajdź i zapisz część wspólną oraz sumę zbiorów A i B w następujących przypadkach:

- a) A : zbiór liczb naturalnych parzystych, B : zbiór liczb naturalnych podzielnych przez 3.
- b) A : zbiór punktów wykresu funkcji $y = x^2$, B : zbiór rozwiązań nierówności $y < |x|$.
- c) A : zbiór liczb wymiernych $\mathbb{W}$; B : zbiór ułamków postaci $\frac{p}{q}$, gdzie $0 < p \leq q$, zaś $q \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Zadanie 2. Z ilu elementów składają się następujące zbiory:

- a) zbiór liczb pierwszych mniejszych od 20,
- b) zbiór dzielników liczby 48,
- c) zbiór $\{n + m : n \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \wedge m \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$,
- d) $\mathcal{P}(\emptyset)$,
- e) $\mathcal{P}(\{0\})$,
- f) $\mathcal{P}(\{a, b, c, d\})$, gdzie a, b, c, d są parami różne,
- g) zbiór słów (ciągów znaków) będących częścią słowa „akuku”,
- h) * zbiór palindromów (ciągów znaków jednakowo odczytywanych od początku i od końca) mających nie więcej niż 10 znaków, składających się z liter „a”, „b”, „c”.

Zadanie 3.

- a) Na ile sposobów da się ustawić ciąg złożony z n różnych elementów?
- b) Ile jest różnych jedno-, dwu- i trójelementowych podzbiorów zbioru czteroelementowego?
- c) * Ile jest różnych m -elementowych podzbiorów zbioru n -elementowego ($0 \leq m \leq n$)?

Wskazówki do punktu c): Sposób I. Rozpatrz początkowe m -elementowe ciągi powstałe przy możliwych ustawieniach n elementów. Sposób II. Wyraż liczbę ciągów m -elementowych otrzymanych z n elementów za pomocą ciągów o długościach m i $m - 1$ otrzymanych z $n - 1$ elementów. Wykorzystaj związek pomiędzy symbolami Newtona $\binom{n-1}{m-1} + \binom{n-1}{m} = \binom{n}{m}$ lub konstrukcję trójkąta Pascala.

Zadanie 4. Ustal związek pomiędzy zbiorami $\mathcal{P}(A)$ i $\mathcal{P}(B)$ a zbiorem $\mathcal{P}(A \cup B)$. Kiedy zachodzi równość $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B)$?

Zadanie 5. Wykaż, że jeżeli $X \subseteq A \times B$, zbiór X_A jest rzutem zbioru X na pierwszą oś, zaś X_B jest rzutem zbioru X na drugą oś, to $X \subseteq X_A \times X_B$.

Zadanie 6. Rozpatrzmy kwadrat $K = [0, 1]^2$ i relację porządku leksykograficznego na K . Wyznacz dla $p = \langle 0.1, 0.7 \rangle \in K$ i $q = \langle 0.2, 0.5 \rangle \in K$:

- a) zbiór elementów większych od p ,
- b) zbiór elementów mniejszych od p ,
- c) zbiór elementów większych od p i mniejszych od q .

Wykonaj polecenia a), b) dla relacji porządku produktowego na kwadracie K . Ponadto wyznacz

- d) zbiór elementów porównywalnych z p ,
- e) zbiór elementów nieporównywalnych z p ,
- f) przykładowy element większy od p i od q .

Uwaga: Definicje porządków: leksykograficznego i produktowego można znaleźć w prezentacji przedstawianej na wykładach 6-tym i 7-mym (slajdy 35-ty i 36-ty).

Wyboru zadań listy z roku 2012, opracowanej przez dr. Jana Jełowickiego, dokonał Mariusz Grządziel