

11. Rzucamy monetą symetryczną 4 razy. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzeń polegających na:
- (a) wypadnięciu dokładnie dwóch orłów;
 - (b) wypadnięcia samych orłów.
12. Rzucamy kostką symetryczną 3 razy. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że:
- (a) wypadną dokładnie dwie jedynki;
 - (b) nie wypadnie ani jedna jedynka.
13. Wiadomo o pewnym koszykarzu, że wykonując rzut osobisty trafia do kosza z prawdopodobieństwem 0,8. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że rzucając 5 razy:
- (a) trafi do kosza dokładnie 4 razy;
 - (b) trafi do kosza co najmniej 3 razy;
 - (c) nie trafi do kosza ani razu.

Zakładamy, że wyniki kolejnych rzutów nie zależą od siebie — więc liczba trafień uzyskanych w pięciu rzutach ma rozkład dwumianowy z odpowiednimi parametrami.

14. Wiadomo o pewnym łuczniku, że strzelając do tarczy z bardzo dużej odległości trafia w dziesiątkę z prawdopodobieństwem 0,02. Oblicz prawdopodobieństwo, że łucznik ten wykonując 50 strzałów (z tej odległości) trafi w dziesiątkę:
- (a) co najwyżej jeden raz;
 - (b) co najmniej trzy razy.

Zakładamy, że wyniki kolejnych strzałów nie zależą od siebie — więc liczba trafień uzyskanych po stu rzutach ma rozkład dwumianowy z odpowiednimi parametrami.

15. (zadanie o podwyższonym stopniu trudności) Udowodnij następujące twierdzenie: Niech $\lambda > 0$ będzie ustaloną liczbą rzeczywistą dodatnią. Jeśli zmienna losowa X_n ma rozkład dwumianowy z parametrami n i p_n (czyli $\text{Bin}(n, p_n)$), przy czym

$$p_n = \frac{\lambda}{n}, n = 1, 2, \dots,$$

to dla dowolnej ustalonej liczby naturalnej k

$$P(X_n = k) \rightarrow P(Y_\lambda = k),$$

gdzie Y_λ ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda > 0$.

16. Oblicz przybliżoną wartość prawdopodobieństw, które należało obliczyć w zadaniu 14, wykorzystując twierdzenie z poprzedniego zadania. Porównaj wyniki otrzymanych obliczeń z wynikami otrzymanymi w zadaniu 14.

Mariusz Grzędziel