1. Rozwiąż nierówność:
$$\left|\frac{1}{2}x - 1\right| < 5.$$

2. Oblicz pole trapezu krzywoliniowego ograniczonego przez proste $y = 0$, $x = (-1)$, $x = 1$ i wykres funkcji $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

3. Oblicz pole trapezu krzywoliniowego ograniczonego przez proste $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ i wykres funkcji g określonej wzorem:
$$g(x) = \begin{cases} x, & \text{dla } x \in [0,1], \\ 2 - x, & \text{dla } x \in (1,2], \\ 0, & \text{dla } x \notin [0,2]. \end{cases}$$

4. Dokonano pomiarów wzrostu i długości stopy dla 3 dorosłych mężczyzn. Wyniki pomiarów przedstawia następująca tabela:

X (cm)	175	180	185
Y (cm)	26	28	29

gdzie X oznacza wzrost a Y długość stopy. Znaleźć równanie prostej MNK (regresji) opisującej zależność Y od X.

Uwaga Obliczenia dla powyższych (fikcyjnych) danych są na tyle proste, że można je wykonać bez użycia kalkulatora lub arkusza kalkulacyjnego. Większego nakładu pracy wymagałoby analogiczne obliczenia na przykład dla danych dotyczących przeciętnych kwot wydawanych przez gospodarstwa domowe na alkohol i wyroby tytoniowe w Wielkiej Brytanii, które można znaleźć w bibliotece *Data and Story Library*:

http://lib.stat.cmu.edu/DASL/Datafiles/AlcoholandTobacco.html

Wydatki na produkty tytoniowe należy uznać za zmienną niezależną, wydatki na alkohol za zmienną zależną.

5. Oblicz:
   (a) $\log_2 64$;
   (b) $\log_8 32$;
   (c) $\log_2 \sqrt{2}$;
   (d) $2^{\log_4 3}$.

6. Oprocentowanie na koncie oszczędnościowym w banku B wynosi 10% w skali roku. Na koncie tym obowiązuje roczna kapitalizacja odsetek, tj. kwota złożona na koncie powiększa się o 10% po roku oszczędzania. Pan A zdeponował 1000 zł na koncie oszczędnościowym w tym banku. Zakładamy, że przed upływem 10 lat pan A nie będzie zmieniał stanu konta, tj. nie będzie wpłacał ani wypłacał z niego pieniędzy. Jaka kwota będzie się znajdować na jego koncie po:
   (a) dwóch latach oszczędzania;
   (b) dziesięciu latach oszczędzania.

7. Po ilu latach oszczędzania kwota złożona przez pana A na koncie oszczędnościowym w banku B ulegnie podwojeniu, tj. będzie większa lub równa 2000 zł? Zakładamy, że pan A przed podwojeniem stanu konta w banku B nie będzie wpłacał ani wypłacał żadnych pieniędzy na to konto.

8. W jaki sposób można „otrzymać” wykres funkcji $f(x) = \log_{10} x$ z wykresu funkcji $g(x) = \log_2 x$?
Wskazówka Można skorzystać z równości $\log_a x = \log_b x / \log_b a$ zachodzącej dla $x > 0$ oraz a, b dodatnich i różnych od 1.

9. Uzasadnij, że złożenie $g(f(x))$ funkcji logarytmicznej $z = g(y) = \log_b y$ i funkcji wykładniczej $y = f(x) = a^x$ jest funkcją liniową (tj. $h(x) = cx + d$, gdzie $c, d \in \mathbb{R}$).

10. Wyznacz złożenie $h = g(f(x))$ funkcji g i f dla:
   (a) $f(x) = x^2; \quad g(y) = y^3;$
   (b) $f(x) = x^4; \quad g(y) = y^3;$
   (c) $f(x) = \sin x; \quad g(y) = 2^y;$
   (d) $f(x) = 3x + 1; \quad g(y) = \frac{y}{3} - \frac{1}{3}.$

   We wszystkich przypadkach należy przyjąć, że dziedzina funkcji h jest równa dziedzinie naturalnej funkcji f.

11. Naszkicuj wykresy funkcji $h(x) = f(g(x))$ dla $f(x) = \sin x$:
   (a) $g(x) = 2x;$
   (b) $g(x) = 3x - 1.$

12. Uzasadnij, że:
   (a) złożenie funkcji rosnących jest funkcją rosnącą;
   (b) złożenie funkcji niemalejącej i nierosnącej jest funkcją nierosnącą;
   (c) złożenie funkcji rosnącej i malejącej jest funkcją malejącą;
   (d) złożenie funkcji nierosnących jest funkcją niemalejącą.

13. Uzasadnij, że funkcja
$$f(x) = 2^{x^2}$$
   jest:
   (a) malejąca na przedziale $(-\infty, 0]$;
   (b) rosnąca na przedziale $[0, \infty)$.

   Dla jakiej wartości argumentu funkcja f przybiera wartość minimalną?

14. Uzasadnij, że funkcja
$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$$
   jest:
   (a) rosnąca na przedziale $(-\infty, -1]$;
   (b) malejąca na przedziale $[-1, \infty)$.

   Dla jakiej wartości argumentu funkcja f przybiera wartość maksymalną?

15. Znajdź funkcje odwrotne do podanych:
   (a) $f(x) = 1 + x^3;$
   (b) $g(x) = 2^x;$
   (c) $h(x) = 3^x + 1.$

Mariusz Grządziel