

1. Zenek podczas zawodów biegnie z prędkością

$$v_Z(t) = 8e^{-0,02t} \text{ [m/sek]}, t \geq 0.$$

Znajdź drogę przebytą przez Zenka do chwili $t = 50$ (w przedziale czasowym $[0, 50]$).

Uwaga. W tym oraz następnym zadaniu jednostką pomiaru długości jest metr, a jednostką pomiaru czasu jest sekunda.

2. Zenek podczas zawodów biegnie z prędkością

$$v_Z(t) = 10 - 2e^{-0,01t} \text{ [m/sek]}, t \geq 0.$$

Znajdź drogę przebytą przez Zenka do chwili $t = 100$ (w przedziale czasowym $[0, 100]$).

3. Znajdź pole trapezu krzywoliniowego S ograniczonego:

- (a) wykresem funkcji $y = x^2$ i prostymi $y = 0$ i $x = 1$;
- (b) wykresem funkcji $y = x^3$ i prostymi $y = 0$, $x = 1$ i $x = 2$;
- (c) wykresem funkcji $y = \frac{1}{x^2}$, oraz prostymi $y = 0$, $x = 1$ i $x = 3$;
- (d) wykresem funkcji $y = \sin x$ oraz prostymi $y = 0$, $x = 0$ i $x = \pi/2$;
- (e) wykresem funkcji $y = e^x$ oraz prostymi $y = 0$, $x = 0$ i $x = \ln 2$;
- (f) wykresem funkcji $y = \frac{1}{x}$ oraz prostymi $y = 0$, $x = e$ i $x = e^2$.

Przed wykonaniem obliczeń (w danym podpunkcie) naszkicuj odpowiedni trapez krzywoliniowy.

4. Oblicz

- (a) $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$;
- (b) $\int_1^T \frac{1}{x^2} dx$; gdzie T jest dowolną liczbą rzeczywistą większą niż 1;
- (c) $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T \frac{1}{x^2} dx$; jaką interpretację geometryczną można zaproponować dla tej granicy?

5. Oblicz masę oraz środek ciężkości pręta „położonego wzdłuż osi OX” o końcach $a = 1$, $b = 2$ [jednostka: metr] o gęstości $\rho(x) = 1 + 0,2x^2$ [jednostka: kg/metr].

6. Oblicz moment bezwładności pręta z poprzedniego zadania względem osi obrotu, która jest prostopadła do pręta i przechodzi przez jego środek.

Mariusz Grządziel