

1. Zenek podczas zawodów biegnie z prędkością

$$v_Z(t) = 8e^{-0,02t} [m/sek], \quad t \geq 0.$$

Znajdź przyspieszenie Zenka w chwili $t = 50$.

2. Załóżmy, że na początku eksperymentu liczebność kultury bakterii $P(0)$ jest równa 10000. Przyjmujemy, że liczebność bakterii podwaja się po upływie 15 minut oraz że wzrost populacji jest wykładniczy:

$$\begin{aligned} P(t+15) &= 2P(t), \quad t \geq 0, \\ P(t) &= 10000a^t = 10000e^{\ln at} = 10000e^{bt}, \end{aligned}$$

gdzie $1 \neq a > 0$ i $b = \ln a$. Chcemy znaleźć:

- prędkość zmiany liczebności bakterii dla $t = 15$ i $t = 40$ (jednostką pomiaru czasu jest minuta);
 - liczebność populacji dla wartości zmiennej t z punktu (a).
3. Jesteśmy zainteresowani znalezieniem zależności pomiędzy masą atomów izotopu potasu $K-43$ a czasem, który upłynął od początku eksperymentu. Masa początkowa tej substancji wynosi $R(0) = 30mg$, czas połowicznego rozpadu 20h. Liczba atomów promieniotwórczego potasu maleje wykładniczo:

$$R(t) = 30e^{-kt}.$$

Chcemy znaleźć prędkość rozpadu po 5, 10 i 18 godzinach.

4. Znajdź pochodne funkcji:

(a) $f_1(x) = 2^x - 3^x$ na przedziale $I = (-\infty, \infty)$;

(b) $f_2(x) = \frac{2^x - 3^x}{2^x + 3^x}$ na przedziale $I = (-\infty, \infty)$;

(c) $f_3(x) = x \ln x$ na przedziale $I = (0, \infty)$;

(d) $f_5(x) = (2+x)^6$ na przedziale $I = \mathbb{R}$;

(e) $f_6(x) = e^{-x^2} + \ln x$ na przedziale $I = (0, \infty)$.

5. Po zastosowaniu zastrzyku domięśniowego, stężenie lekarstwa w krwiobiegu pacjenta po czasie t określone jest wzorem

$$C(t) = \frac{0,2t}{t^2 + 4t + 4}, \quad 0 \leq t \leq 10.$$

Oblicz wartość argumentu t_0 , dla którego stężenie jest maksymalne. Określ przedziały, na których funkcja C jest monotoniczna.

6. Po zastosowaniu zastrzyku domięśniowego, stężenie penicyliny w krwiobiegu pacjenta po czasie t określone jest wzorem

$$C(t) = 6e^{-0,2t} - 6e^{-0,3t} \left[\frac{\mu g}{\mu l} \right].$$

Czas t jest wyrażony w godzinach. Oblicz wartość argumentu t_0 , dla którego stężenie jest maksymalne. Określ przedziały, na których funkcja C jest monotoniczna.

7. Znajdź drugą pochodną funkcji

(a) $f_1(x) = x^3$ na przedziale $I = \mathbb{R}$;

(b) $f_2(x) = e^x + x$ na przedziale $I = \mathbb{R}$.

Uzasadnij, że funkcje te są wypukłe na wskazanych przedziałach.

Mariusz Grządziel