

1. Napisz równania stycznych do wykresów podanych funkcji we wskazanych punktach:

(a) $f(x) = e^x$, $(0, 1)$;

(b) $f(x) = \frac{1}{x}$, $(2, \frac{1}{2})$.

Sporządź odpowiednie rysunki.

Uwaga. Równanie stycznej do wykresu funkcji f w punkcie $(x_0, f(x_0))$ jest postaci

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

przy założeniu, że pochodna funkcji f w punkcie x_0 istnieje.

2. Zenek podczas zawodów biegnie z prędkością

$$v_Z(t) = 8e^{-0,02t} [m/sec], \quad t \geq 0.$$

Znajdź drogę przebytą przez Zenka do chwili $t = 50$ (w przedziale czasowym $[0, 50]$).

Uwaga. W tym oraz następnym zadaniu jednostką pomiaru długości jest metr, a jednostką pomiaru czasu jest sekunda.

3. Zenek podczas zawodów biegnie z prędkością

$$v_Z(t) = 10 - 2e^{-0,01t} [m/sec], \quad t \geq 0.$$

Znajdź drogę przebytą przez Zenka do chwili $t = 100$ (w przedziale czasowym $[0, 100]$).

4. Znajdź pole trapezu krzywoliniowego S ograniczonego:

(a) wykresem funkcji $y = x^2$ i prostymi $y = 0$ i $x = 1$;

(b) wykresem funkcji $y = x^3$ i prostymi $y = 0$, $x = 1$ i $x = 2$;

(c) wykresem funkcji $y = \frac{1}{x^2}$, oraz prostymi $y = 0$, $x = 1$ i $x = 3$;

(d) wykresem funkcji $y = \frac{1}{x}$ oraz prostymi $y = 0$, $x = e$ i $x = e^2$.

Przed wykonaniem obliczeń (w danym podpunkcie) naszkicuj odpowiedni trapez krzywoliniowy.

5. Oblicz

(a) $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$;

(b) $\int_1^T \frac{1}{x^2} dx$; gdzie T jest dowolną liczbą rzeczywistą większą niż 1;

(c) $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_1^T \frac{1}{x^2} dx$; jaką interpretację geometryczną można zaproponować dla tej granicy?

Mariusz Grzędziel