

1. Funkcja prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $X$  jest określona zgodnie z tabelą:

$x_i$	-2	1	4	10
$p_i$	0,3	0,1	$c$	0,5

- (a) Wyznaczyć stałą  $c$ .  
 (b) Podać postać dystrybuanty zmiennej  $X$  i naszkicować jej wykres.  
 (c) Wyznaczyć prawdopodobieństwa:  $P(X = 1)$ ;  $P(X = 2)$ ;  $P(2 < X \leq 9)$ ;  $P(X > 9)$ .
2. Dystrybuanta dyskretnej zmiennej losowej  $X$  jest określona zgodnie z tabelą:

$x$	$(-\infty, 2)$	$[2, 5)$	$[5, 7)$	$[7, \infty)$
$F_X(x)$	0	0,1	0,6	1

Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa zmiennej  $X$ .

3. Na przestrzeni zdarzeń elementarnych  $\mathcal{S} = \{s_1, s_2\}$  określono funkcję prawdopodobieństwa równościami:  $P(s_1) = \frac{1}{3}$ ,  $P(s_2) = \frac{2}{3}$ . Zmienne losowe  $X_1$  i  $X_2$  zdefiniowano równościami:
- $X_1(s_1) = 0$ ,  $X_2(s_2) = 2$ ,
  - $X_2(s_1) = 2$ ,  $X_1(s_2) = 0$ .

Czy te zmienne losowe:

- (a) są sobie równe (identyczne)?  
 (b) mają ten sam rozkład?
4. Wyznaczyć rozkłady zmiennych losowych:
- (a)  $X_1 + 1$ ;  
 (b)  $X_1^3$ ,  
 (c)  $X_1 + X_2$ ,

gdzie  $X_1$  i  $X_2$  są zmiennymi losowymi określonymi w poprzednim zadaniu.

5. Wyznaczyć dystrybuantę i funkcję kwantylową dla zmiennej losowej  $X$  o rozkładzie dwumianowym z parametrami  $n = 2$  i  $p = 0,6$  (czyli rozkładzie  $Bin(2, 0,6)$ ).
6. Naszkicuj na jednym rysunku trapezy krzywoliniowe ograniczone:

- wykresem funkcji  $y = \phi(x)$  oraz prostymi:  $y = 0$ ,  $x = -1$  i  $x = 0,5$ ;
- wykresem funkcji  $y = \phi_{1,2}(x)$  oraz prostymi  $y = 0$ ,  $x = -1$  i  $x = 2$ .

Uzasadnij (na dwa sposoby), że pola tych trapezów krzywoliniowych są równe:

- (a) korzystając z odpowiedniego wzoru podanego na wykładzie;  
 (b) odwołując się do intuicji geometrycznych: drugi z trapezów można otrzymać z pierwszego wykonując odpowiednie przekształcenie.