

LISTA ZADAŃ – I ROK BUD. ROL

1. Zamienić całkę podwójną $\iint_D f(x,y) dx dy$ na całki iterowane, jeżeli obszar D ograniczony jest krzywymi:
 - a) $y = 1 + \sqrt{2x - x^2}$, $x=0$, $x=2$, $y=0$
 - b) $yx^2 = 1$, $y=1$, $y=2$
 - c) $x = y^2$, $y=x-2$
 - d) $y = x$, $y=2x$, $x+y=3$
2. Obliczyć podane całki podwójne;
 - a) $\iint_D (x^2 - xy) dx dy$ $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y \geq x, y \leq 3x - x^2\}$
 - b) $\iint_D xy dx dy$ $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y \leq 6 - x, y \geq \sqrt{x}, x \geq 0\}$
3. Zamienić kolejność całkowania w następujących całkach
 - a) $\int_0^2 dx \int_{2x}^{b-x} f(x,y) dy$
 - b) $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y) dx$
 - c) $\int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy$
4. Wprowadzając współrzędne biegunowe przekształcić całki
 - a) $\int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x,y) dy$
 - b) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x,y) dy$
 - c) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} dy \int_0^{\sqrt{2Ry-y^2}} f(x,y) dx$
5. Obliczyć całki wprowadzając współrzędne biegunowe
 - a) $\iint_D e^{-(x^2+y^2)} dx dy$, D - obszar ograniczony krzywą $x^2 + y^2 = 2$
 - b) $\iint_D x dx dy$ D - obszar ograniczony krzywymi $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 1$
 $y = x$, $y = 0$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
6. Obliczyć pola obszarów ograniczonych krzywymi
 - a) $x = y^2$, $x = 1$
 - b) $xy = 1$, $y = x$, $y = 2x$ ($x, y > 0$)
 - c) $y^2 = 4x$, $x + y = 3$, $y = 0$, $y \geq 0$
 - d) $x^2 + y^2 = 2y$, $x^2 + y^2 = 4y$