ANALIZA MATEMATYCZNA

Lista nr 2

1. Oblicz granice ciągów

$$a_n = \frac{1+2+2^2+\ldots+2^n}{2^n}; \quad b_n = \frac{n!(n+1)!}{(n-1)!(n+2)!}; \quad c_n = \frac{\binom{n+1}{n-1}}{1+5+9+\ldots+(4n-3)}$$

$$d_n = \sqrt[n]{2^n+\Pi^n+3^n}; \quad e_n = \frac{1-n\cos(n^n+n!)}{n^2+1}; \quad f_n = \frac{1}{\sqrt[n]{2^{n+2}+3^n+1}};$$

$$g_n = 2^{-n}\cdot\cos n\Pi; \quad h_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$$

2. Stosując zasadę indukcji matematycznej udowodnij

$$a) \bigwedge_{n\in n} \frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$b) \bigwedge_{n\in n} 1\cdot 1!+2\cdot 2!+\ldots+n\cdot n! = (n+1)!-1$$

$$c) \bigwedge_{n>2} 2^n > 2n; \quad d) \bigwedge_{n>4} 2^n > n^2$$

$$e) \bigwedge_{n>3} n! > 2^{n-1}; \quad f) \bigwedge_{n\in N-\{1\}} \bigwedge_{x\in R, x>-1} (1+x)^n > 1+nx$$

3. Oblicz granice ciągów

$$a_n = \left(1-\frac{2}{3n}\right)^{\frac{n}{2}}; \quad b_n = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^{2n+3}; \quad c_n = \left(1-\frac{2}{n^2}\right)^n$$

$$d_n = \left(1+\frac{3}{n-3}\right)^{n+3}; \quad e_n = \left(\frac{n^2+2}{n^2+1}\right)^{n^2}; \quad f_n = \left(\frac{2+3n}{1+3n}\right)^{2n-1}$$

4.* Oblicz granicę ciągu

$$a_n = n[\ln(n+1)-\ln n]$$