

# ANALIZA MATEMATYCZNA

## LISTA 5

1. Wiedząc, że  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$  udowodnij:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$

2. Obliczyć granice funkcji (starać się nie korzystać z reguły de L'Hospitala)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{2x - 6}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{1 - \cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg x}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 5x}{\sin 3x}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tg x)^{\frac{1}{2x}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^3 \arctg \frac{1}{x}$$

3. Zbadaj ciągłość funkcji

a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{1 - x} & x \neq 1, \\ 2 & x = 1 \end{cases}$ ; b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{2^{\frac{1}{x}} + \cos x}{3^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{2}} & x < 0 \\ 3^x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$

4. Dobrać parametry  $a, b \in \mathbb{R}$  aby funkcje

a)  $y = \begin{cases} \cos x & x \leq 0 \\ ax + b & 0 < x \leq 1 \\ x^2 + 2x & x > 1 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} \frac{\sin ax}{x} & x < 0 \\ bx + 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ \arctg x & x > 1 \end{cases}$

c)  $y = \begin{cases} \frac{\sin ax}{3x} & x < 0 \\ x - b & x \geq 0 \end{cases}$  d)  $\begin{cases} \sqrt{|x + 2|} & x < 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{\tg x}{ax} & x > 0 \end{cases}$

były ciągłe na zbiorze  $\mathbb{R}$ .

Powodzenia  
dr Z. Jurzyk