

ANALIZA MATEMATYCZNA

LISTA 7

1. Obliczyć całki

$$\text{a) } \int \frac{x^3 + \sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt{x}} dx; \quad \text{b) } \int \frac{2^x - 5^x}{10^x} dx; \quad \text{c) } \int \operatorname{tg}^2 x dx$$

2. Korzystając z twierdzenia o całkowaniu przez części obliczyć całki

$$\text{a) } \int x^2 \sin x dx; \quad \text{b) } \int e^{2x} \sin x dx; \quad \text{c) } \int x \ln x dx;$$

$$\text{d) } \int \frac{x dx}{\cos^2 x}; \quad \text{e) } \int \arccos x dx; \quad \text{f) } \int x e^{-3x} dx$$

3. Obliczyć całki stosując odpowiednie podstawienia

$$\text{a) } \int (5 - 3x)^{10} dx; \quad \text{b) } \int x^2 \sqrt[5]{5x^3 + 1} dx; \quad \text{c) } \int \frac{\ln x}{x} dx;$$

$$\text{d) } \int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 1}; \quad \text{e) } \int \frac{5 \sin x dx}{3 - 2 \cos x}; \quad \text{f) } \int \sin^3 x dx$$

4. Obliczyć całki z funkcji wymiernych

$$\text{a) } \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 8}; \quad \text{b) } \int \frac{(5 - 4x)dx}{x^2 - 4x + 20}; \quad \text{c) } \int \frac{x(x+2)dx}{x^2 + 2x + 2};$$

$$\text{d) } \int \frac{x dx}{(x-1)(x+2)(x+3)}; \quad \text{e) } \int \frac{dx}{x^3 - 4x}; \quad \text{f) } \int \frac{dx}{(x-2)^2(x+3)^3}$$

5. Udowodnić, że

$$\text{a) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + C$$

$$\text{b) } \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \ln \left| x + \sqrt{x^2 + a^2} \right| + C$$