

ANALIZA MATEMATYCZNA LISTA 9

1. Obliczyć pole obszaru ograniczonego liniami

a) $y=2x, y=3-x^2$

b) $y^2=2x, x+y=1$

c) $y = \sqrt{x}, y=2-x, x=0$

d) $y = \frac{x}{2}, y = 2^{-x}, y=2, x=0$

e) $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

f) $r=2\cos 4\varphi$

2. Obliczyć pole obszaru ograniczonego wykresem funkcji $y=2-\ln(x+1)$ oraz osiami układu współrzędnych. Sporządzić rysunek.

3. Obliczyć długość łuku krzywej

a) $y = 2\sqrt{x^3}$ gdzie $0 \leq x \leq 2$

b) $y = x\sqrt{x}$ między punktami $O(0,0)$ i $B(\frac{4}{9}, \frac{8}{27})$

c) $y = \frac{-x^2}{4} + \frac{\ln x}{2};$ gdzie $1 \leq x \leq e$

d) $y=\ln \cos x, 0 \leq x \leq e,$

e) $r = e^{2j} \quad 0 \leq j \leq 2\pi$

f) $\begin{cases} x = \sin^3 t \\ y = \cos^3 t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

4. Obliczyć objętość bryły ograniczonej powierzchnią powstałą przez obrót wykresu krzywej:

a) $y=\ln x \quad x \in [1,2]$ wokół osi Oy

b) $y=\tan x \quad x \in [0, \pi/3]$ wokół osi Ox

5. Obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu figury

a) $0 \leq x \leq 1 \quad x^2 \leq y \leq \sqrt{x},$ wokół osi Oy

b) $0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq e^{-x},$ wokół osi Oy

c) $1 \leq x \leq e \quad \ln^2 x \leq y \leq \ln x,$ wokół osi Ox

6. Obliczyć pole powierzchni powstałej z obrotu wykresu funkcji

a) $y = x^2 \quad 0 \leq x \leq 1,$ wokół osi Ox

b) $y = 2\sqrt{x} \quad 0 \leq x \leq 1$ wokół osi Oy

c) $y = \ln x \quad 1 \leq x \leq \sqrt{3},$ wokół osi Ox

7. Wyprowadzić wzory na objętość oraz pole powierzchni walca, kuli i stożka

dr Z. Jurzyk, dr R. Dąbrowski