

BUDOWNICTWO – STUDIA MAGISTERSKIE

LISTA 1

Zad. 1. Rozwiąż równanie różniczkowe

- a) $y' = 2ty^2$; b) $tyy' = 1 - t^2$; c) $y' \sin t = y \ln y$
d) $ty' + y = y^2$; e) $y' - 3y = 0$ gdy $y(0) = 1$

Zad. 2. Wykazać, że funkcja: $y = e^{ctg \frac{x}{2}}$; $C \in \mathbb{R}$ przedstawia całkę równania różniczkowego:
 $y' \sin x - y \ln y = 0$.

Zad. 3. Ciało o temperaturze początkowej T_0 umieszczone w chwili $t_0 = 0$ w pomieszczeniu chłodniczym o stałej temperaturze T_s , zaczyna stygnąć. Znaleźć temperaturę tego ciała w dowolnej chwili $t \geq 0$.

Wsk. Wiadomo, że prędkość stygnięcia $\frac{dT}{dt}$ jest wprost proporcjonalna do różnicy $T - T_s$, temperatury T ciała stygnącego T_s pomieszczenia, w którym ciało się znajduje.

Zad. 4. Kawa w filiżance po 3 minutach od momentu zalania wrzątkiem ma temperaturę 90°C . Wyznaczyć czas, po którym kawa osiągnie temperaturę 40°C , jeżeli temperatura otoczenia wynosi 22°C .

Zad. 5. Wrząca woda (100°C) stygnie w pomieszczeniu o temperaturze 0°C . Po 10 min temperatura spada do 80°C . Po ilu minutach temperatura spadnie do 50°C ? Jaka będzie temperatura po 1 godzinie?

Zad. 6. Obserwując proces stygnięcia ciała zanotowano, że w chwili początkowej temperatura wyniosła 100°C , po 10 min 60°C , a po 20 min spadła do 40°C . Jaka jest temperatura otoczenia? Spróbuj obliczyć, po jakim czasie temperatura spadnie poniżej zera!

Zad. 7. Obserwując proces stygnięcia ciała zanotowano, że w chwili początkowej temperatura wyniosła 100°C , po 10 min 80°C , a po 20 min spadła do 40°C . Jaka jest temperatura otoczenia.

Zad. 8. Masz 1 kg materiału radioaktywnego czasie połowicznego rozpadu równym 50 dni. Po miesiącu stwierdzasz, że masa pierwiastka spadła do 700 g. Czy to możliwe? Ile pierwiastka powinno być?

Zad. 9. Masz 1 kg materiału radioaktywnego. Po miesiącu pozostało 800 g. Wyznacz czas połowicznego rozpadu.

Zad. 10. Ciało o masie 1 kg spada z wysokości 500 m, przy czym zakładamy, że opór powietrza jest proporcjonalny do prędkości spadania. Po 1 sek. lotu ciało uzyskało prędkość $= 6.201 \text{ m/s}$. Po jakim czasie ciało spadnie na ziemię? Jaka będzie miała wówczas prędkość? Jaka jest teoretyczna prędkość maksymalna?

Zad. 11. Ciało o masie 1 tony tonie w wodzie o głębokości 1 km. Po 10 sek. ciało zanurzyło się na głębokość 100 m. Po jakim czasie ciało osiadzie na dnie głębokości 5 km. Jaka będzie prędkość w chwili dotknięcia dna ? Sporządź wykres drogi i prędkości jako funkcji czasu. Przyjmij, że opory ruchu zależą liniowo od prędkości.

Zad. 12. W naczyniu o pojemności 100 l znajduje się 50 l 10% roztworu. Do naczynia wlewa się czysta woda z prędkością 2 l/s, a wylewa się roztwór z prędkością 2 l/s. Jakie będzie stężenie roztworu po minucie ? Po jakim czasie stężenie spadnie do 1%. Sporządź wykres stężenia w czasie.

Zad. 13. w naczyniu o pojemności 100 l znajduje się 50 l 1 roztworu. do naczynia wlewa się czysta woda z prędkością 2 l/s, a wylewa się roztwór z prędkością 1 l/s. Jakie będzie stężenie roztworu w momencie napełnienia naczynia? Sporządź wykres stężenia w czasie.

Zad. 14. Rozwiąż równania różniczkowe

a) $y' + 2ty = te^t$ b) $y' - y \cdot \operatorname{tg} t = \sin 2t$ c) $ty' + y = t + 1$ gdy $y(1) = 0$,

d) $y' + 2ty = e^{-t^2}$ gdy $y(1) = 1$

Zad. 15. Równania różniczkowe Bernoulli'ego sprowadzić do równań różniczkowych liniowych

a) $t^3 y' - 2ty = y^3$, b) $ty' - y^2 \ln t + y = 0$, c) $y' - 2y = 2\sqrt{y}e^t \ln t$

d) $ty' - 4y = t^2 \sqrt{y}$

Jedno z nich proszę rozwiązać.