

FUNKCJA DWÓCH ZMIENNYCH

1. Wyznaczyć i narysować dziedziny podanych funkcji
 - a) $z = \sqrt{x \sin y}$
 - b) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$
 - c) $z = (1 - xy)$

2. Obliczyć pochodne cząstkowe pierwszego rzędu podanych funkcji
 - a) $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$
 - b) $f(x, y) = (x^2 + xy)e^{-y}$
 - c) $f(x, y) = x^y$
 - d) $f(x, y) = \sqrt{\ln(1 - x^2 y)}$
 - e) $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2}$

3. Obliczyć pochodne całkowite rzędu drugiego dla funkcji
 - a) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$
 - b) $f(x, y) = x^2 - 2xy^2 - y^3 + 2x^3y$

4. Korzystając z różniczki funkcji dwóch zmiennych oblicz przybliżoną wartość wyrażenia
 - a) $\sqrt{(3,98)^2 + (3,01)^2}$
 - b) $(1,02)^4 \cdot (0,97)^2$
 - c) $(\sqrt{15} - \sqrt{99})^2$
 - d) $\frac{(5,1)^2 \cdot (2,9)^2}{1 + (2,9)^2}$
 - e) $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$

5. Jakie mają być wymiary prostopadłościennej wanny o objętości $V=32\text{m}^3$, aby ilość ciałachy zużytej do jej zrobienia była najmniejsza ?

6. Prostopadłościenny magazyn ma mieć objętość 216m^3 . Do budowy ścian używane są płyty w cenie $30 \text{ zł} / \text{m}^2$, do budowy podłogi w cenie $40 \text{ zł} / \text{m}^2$, a sufitu w cenie $20 \text{ zł} / \text{m}^2$. Podać wymiary magazynu, którego koszt budowy będzie najmniejszy.

7. Wyznaczyć ekstrema funkcji
 - a) $f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$
 - b) $f(x, y) = 6xy - x^3 - y^3 + 3$
 - c) $f(x, y) = xy(4 - x - y), \quad (x \geq 0, y \geq 0)$
 - d) $f(x, y) = y \ln(y + x^2)$