

## Macierze, wyznaczniki Układy równań liniowych

### Lista zadań nr 2

1. Dane są macierze

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Oblicz (jeżeli to jest możliwe)

$$A - 2B, 2A^T + B, 2C^T - 3D, CD, A^2, A^T C^T, C - 2D, BB^T$$

2. Rozwiąż równania macierzowe

$$3 \left( \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -i & 0 \end{bmatrix} + X \right) + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -i & 4 \end{bmatrix} = X; \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad 2X + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}^T = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

( $i$  – jednostka urojona liczby zespolonej)

3. Oblicz wyznaczniki

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} i & 1 & i \\ 1 & i & 1 \\ 0 & 1 & i \end{vmatrix}$$

4. Wyznacz macierze odwrotne do macierzy

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 1+i & 1 \\ 1 & 1-i \end{bmatrix}$$

5. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + 5z = 1 \\ 3x - 4y + 8z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} ix + 2y = 1 \\ x + 2iy = 1 \end{cases} \quad i \in \mathbb{Z}$$

6. Dobierz parametr  $p$  tak, aby układ

$$\begin{cases} 6p^2x - 3y = 3p \\ 2x - y = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} x + py - z = 1 \\ x + 10y - 6z = p \\ 2x - y + pz = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 2y = 4 \\ 3x - 5y = p \end{cases}$$

miał dokładnie 1 rozwiązanie.

7. Poniższe układy równań rozwiąż (jeżeli jest to możliwe)

a) metodą Cramera, b) metodą macierzy odwrotnej, c) eliminację Gaussa.

$$\begin{cases} x + 7y = 2 \\ 2x - y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y + 3z = -1 \\ 3x + y + 4z = 5 \\ 2x + 5y + z = 18 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 5 \\ 2x + 3y + z = 3 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$$