

MATEMATYKA II

LISTA 1

1. Wyznacz iloraz różnicowy dla funkcji $f(x) = \sqrt[3]{x}$ w punkcie $x_0 = -8$ dla $\Delta x = 7$
2. Korzystając z definicji zbadać czy istnieje pochodna podanych funkcji w $x_0 = 0$

$$a) f(x) = x \cdot |x|, \quad b) f(x) = e^{|x|}, \quad c) f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin \frac{1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \end{cases}$$

3. Z definicji pochodną funkcji

$$a) f(x) = \sqrt{x} \quad b) f(x) = \ln x \quad c) f(x) = e^{2x}$$

4. Korzystając z reguł różniczkowania obliczyć pochodne

$$y = \left(x^3 + \frac{1}{x}\right) \cdot e^x \quad y = \frac{e^x}{4 - x^2} \quad y = \operatorname{ctgx} \quad y = 2^x \ln x$$
$$y = x^{\operatorname{tg} x} \quad y = \sqrt[3]{x} + (2x + 1)e^x \quad y = \frac{x \sin x}{x + \sin x} \quad y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctgx}$$

5. Oblicz pochodną funkcji złożonej i wyznacz jej dziedzinę

$$y = \sqrt{x - \sin x} \quad y = x^2 \ln(1 - x^2) \quad y = (x^3 + 1)^{2p} \quad y = e^{2x} \ln px$$
$$y = \sqrt{x + 2} \arcsin x^2 \quad y = \sqrt{\sin 4x} \quad y = \cos^3(2x + 3) \quad y = (\operatorname{tg} 2x)^{x^2}$$

6. Napisać równania stycznych do wykresów podanych funkcji we wskazanych punktach

$$a) y = \ln x \text{ w } x_0 = e, \quad b) y = \frac{x^x}{x^2 + 1} \text{ w } x_0 = 1$$
$$c) y = (x + 1)\sqrt{x + 3} \text{ w } x_0 = e, \quad d) f(x) = \sqrt{2^x + 1} \text{ w } x_0 = 3$$

7. Wyznacz kąt przecięcia wykresów funkcji

$$a) y = x^2 \text{ i } y = \sqrt{x} \quad b) y = 4 - x \text{ i } y = 4 - \frac{x^2}{2} \quad (x > 0)$$

8. Korzystając z różniczki funkcji obliczyć przybliżone wartości podanych wyrażeń

$$a) \sqrt{8,98} \quad b) 0,97^5 \quad c) \ln 0,993$$

9. Znaleźć wzory ogólne na pochodną n-tego rzędu funkcji

$$a) f(x) = e^{3x} \quad b) f(x) = \ln x \quad c) f(x) = \frac{1}{x}$$