

Zadania z analizy matematycznej dla I roku IB, liGW, IŚ.

Lista 5. Równania różniczkowe.

1. Rozwiązać równania różniczkowe o rozdzielonych zmiennych.

a. $y' = 2xy^2$

j. $x \frac{dy}{dx} + 1 = x^3 \frac{dy}{dx}$

b. $y' = -\frac{x}{y}$

k. $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} * \frac{1+x}{1+y}$

c. $y' = e^{2x+y}$

l. $x(1 + e^y) - e^y \frac{dy}{dx} = 0$

d. $y' - 3y = 0; y(0) = 1$

m. $\frac{dy}{dx} = \frac{\operatorname{tg} y}{x}$

e. $xyy' = 1 - x^2$

n. $-x^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 0$

f. $xy' + y = y^2$

g. $yy' = \frac{1-2x}{y}$

h. $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}; y(0) = 1$

i. $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} \frac{dy}{dx} = 0$

2. Rozwiązać równania różniczkowe liniowe.

a. $y' + 2y = 4x$

b. $xy' + y - e^x = 0$

c. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

d. $y' + y = \cos x$

3. Wykazać, że funkcja: $y = e^{C \operatorname{tg} \frac{x}{2}}$; $C \in \mathbb{R}$ przedstawia całą ogólną równania różniczkowego: $y' \sin x - y \ln y = 0$.

4. Ciało o temperaturze początkowej T_0 umieszczone w chwili $t_0 = 0$ w pomieszczeniu chłodniczym o stałej temperaturze T_s , zaczyna stygnąć. Znaleźć temperaturę tego ciała w dowolnej chwili $t \geq 0$. (wsk. wiadomo, że prędkość stygnięcia $\frac{dT}{dt}$ jest wprost proporcjonalna do różnicy $T - T_s$, temperatury T ciała stygnącego i temperatury T_s pomieszczenia, w którym ciało się znajduje).

5. Kawa w filiżance po 3 minutach od momentu zalania wrzątkiem ma temperaturę 90°C . Wyznaczyć czas, po którym kawa osiągnie temperaturę 40°C , jeżeli temperatura otoczenia wynosi 22°C .