

MATEMATYKA Lista 1

1. Rozwiąż nierówności $(3x-2) \cdot (x+1) > 0$, $\frac{3}{x+1} \geq 0$, $\frac{2}{x+1} > 0$, $\frac{2x-4}{x+3} \leq 0$

2. Dla danych liczb zespolonych $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = -4 + i$ oblicz

$$3z_1, \quad 2z_1 - 3z_2, \quad z_1^2, \quad z_1^5, \quad z_1 \cdot z_2, \quad (z_1 + z_2)^2, \quad z_1 \cdot \overline{z_1}, \quad \frac{z_2}{z_1}, \quad \frac{z_1}{z_2}$$

3. Wyznacz liczby rzeczywiste x, y spełniające równanie: $(-2+i) \cdot x + (5+3i) \cdot y = -16-3i$.

4. Wykonaj dzielenia: $\frac{1+i \cdot \operatorname{tg} x}{1-i \cdot \operatorname{tg} x}, \frac{a+bi}{a-bi}, \frac{(1+2i)^2 - (1-i)^2}{(3+2i)^3 - (2+i)^2}$

5. Rozwiąż równania: $x^2 + x + 1 = 0$; $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$; $x^3 + 4x^2 + 6x + 4 = 0$, $z^6 = 64$

6. Oblicz a) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$, b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^2$, d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, e) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$

7. Oblicz wyznaczniki a) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, b) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$, c) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

8) Rozwiąż układy równań: a) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ x+2y=4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+2y-z=1 \\ 3x+2y+z=2 \\ x+2z=-1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x+2y-z=1 \\ 3x+2y+z=2 \\ x+2z=1 \end{cases}$

9) W ciągu arytmetycznym $a_4=9$ zaś $a_7=15$. Wyznacz a_1

10) Podaj wzór na a_n dla ciągów

a) 1,0,1,0,... b) 2,-4,8,-16,32,... c) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ d) 1,2,3,5,7,11,...

11) Oblicz a_4, a_7 a) $a_n = \frac{1}{n^2 + n}$, b) $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$, c) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 1 + 2a_n \end{cases}$