Analiza wariancji (ANOVA)

Dane początkowe:
- ***r*** populacji (zabiegów)
- z każdej populacji pobieramy niezależną od innych próbę losową
- w każdej populacji rozkład cechy ma charakter normalny o tej samej wariancji σ^2
- liczebność próby z populacji ***i*** wynosi $\boldsymbol{n_i}$ (i=1,…, r)
- łączna liczebność prób $\boldsymbol{n=n_1+n_2+\ldots+n_r}$
- układ hipotez: $\mathbf{H_0: \mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_r}$; **$H_1$: nie wszystkie μ_i są równe**

Średnia ogólna ze wszystkich obserwacji w próbach

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i} X_{i,j}}{n}$$

Wewnątrzgrupowa suma kwadratów (składnik błędu; SSE)

$$SSE = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i}(X_{i,j} - \bar{X}_j)^2$$

Wewnątrzgrupowa liczba stopni swobody (związana z SSE)

$$df_{SSE} = n - r$$

Międzygrupowa suma kwadratów (składnik wyjaśniony, SSTR)

$$SSTR = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i} n_i(\bar{X}_\imath - \bar{\bar{X}})^2$$

lub

$$STTR = \sum_{i=1}^{r}\left[\frac{(\sum_{j=1}^{n_i} X_{i,j})^2}{n_i}\right] - \frac{(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i} X_{i,j})^2}{n}$$

Międzygrupowa liczba stopni (swobody związana z SSE)

$$df_{SSTR} = r - 1$$

Całkowita (łączna) suma kwadratów (SST)

$$SST = SSE + SSTR$$

lub

$$SST = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i} {X_{i,j}}^2 - \frac{(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{n_i} X_{i,j})^2}{n}$$

Liczba stopni swobody związana z SST

$$df_{SST} = n - 1$$

Wewnątrzgrupowe oszacowanie wariancji (MSE)

$$MSE = \frac{SSE}{df_{SSE}} = \frac{SSE}{n - r}$$

Międzygrupowe oszacowanie wariancji (MSTR)

$$MSTR = \frac{SSTR}{df_{SSTR}} = \frac{SSTR}{r - 1}$$

Statystyka F analizy wariancji

$$F_{(\alpha;r-1;n-r)} = \frac{MSTR}{MSE}$$